



METODOLOGÍA PARA LA ELABORACIÓN DE LOS PRONÓSTICOS

de los servicios de telecomunicaciones

Documento elaborado por:

- Maricarmen Cosío Trujillo,**
Analista de Bases de Datos de Telecomunicaciones y Ecosistema Digital
- Tomas Solache Ramos,**
Jefe de Departamento de Modelos Econométricos
- Raúl Esqueda Martínez,**
Subdirector de Modelos Econométricos
- Jorge Eduardo Ponce Leyva,**
Director de Prospectiva
- Rodrigo Guarneros Gutiérrez,**
Director General Adjunto de Prospectiva y Análisis de Impacto Económico
- Pedro Javier Terrazas Briones,**
Coordinador General de Planeación Estratégica

Contenido

¿Por qué y cómo realizar pronósticos? 4

● Revisión de la literatura 9

● Metodología para la elaboración de pronósticos 11

● Cálculo de ACP 12

● Modelos predictivos para la elaboración
de los pronósticos 14

¿Por qué y cómo realizar pronósticos?

El análisis económico de los servicios de telecomunicaciones desde su enfoque normativo y positivo establece relaciones teóricas y reglas de comportamiento que la literatura ha venido comprobando empíricamente. Como se verá más adelante en la sección de **Revisión de la Literatura**, las relaciones empíricas comprobadas permiten realizar predicciones y pronósticos con el fin de analizar los fenómenos económicos con la mayor precisión posible.

La elaboración de pronósticos ayuda a explicar los movimientos económicos en los mercados, esto es esencial para la formulación de políticas, planeación de estrategias, proyectos de inversión, modelos de negocio o evaluación de cambios estructurales. En este ámbito, los pronósticos son herramientas esenciales.

Por ejemplo, a nivel macroeconómico, los gobiernos, organizaciones y empresas pronostican rutinariamente las principales variables económicas del país, como el Producto Interno Bruto (PIB), el desempleo, el consumo, la inversión, el nivel de precios y las tasas de interés. Dichos pronósticos son utilizados por los gobiernos para orientar la política monetaria y fiscal; las empresas los utilizan para la planeación estratégica y la prevención en las fluctuaciones de variables tales como los salarios, el tipo de cambio, nivel de empleo, etc.¹

En el caso de las telecomunicaciones, los pronósticos **son útiles como un indicio y referencia sobre las expectativas del sector para efectos de proveer un elemento de información confiable para la toma de decisiones tanto para los operadores como para la autoridad en la materia.**

En este sentido, tenemos el ejemplo de la ITU (*International Telecommunications Union*) que elaboró y publicó en 2018, el “*Measuring the Information Society Report 2018*”² donde presenta estimaciones de los principales indicadores del sector de telecomunicaciones de los 193 países miembros: Suscripciones de telefonía móvil y telefonía fija, personas que utilizan Internet, suscripciones de banda ancha fija, y suscripciones activas de banda ancha móvil. Lo anterior, en un ejercicio para proporcionar información sobre las tendencias globales en el acceso y uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), basadas en los datos recopilados por la ITU de sus Estados miembros.

¹ Diebold, F. (2006), *Elements of Forecasting*. Página (23).

² Disponible en: <https://www.itu.int/en/ITU-D/Statistics/Documents/publications/misr2018/MISR-2018-Vol-1-E.pdf>

En este sentido, la CGPE se ha dado a la tarea de realizar un ejercicio de pronósticos donde se parte de la premisa de que **un análisis de esta naturaleza invita a realizar análisis más profundos de los factores que determinan las fluctuaciones y la tendencia de las variables básicas, tomando en cuenta que los pronósticos cuentan con un periodo de análisis acotado y, a menudo, su construcción implica utilizar variables dependientes retrasadas y perturbaciones que se correlacionan con sus valores pasados para obtener resultados sobre el futuro**³.

Para que un pronóstico sea eficiente, debe de tomar en consideración: El propósito del pronóstico y cómo será utilizado; las dinámicas y componentes del modelo para los cuales se realizará el pronóstico; las variables que pueden afectarlo; la disponibilidad de los datos definitivos (evitando datos preliminares para reducir la incertidumbre el modelo); y los cambios significativos de los componentes del modelo⁴.

Es importante señalar que cualquier proyección que utilice modelos econométricos para su estimación considera un error estándar en torno al valor proyectado, este valor va aumentando mientras más hacia el futuro se realiza la proyección, por lo que los intervalos de confianza son más amplios, en especial, al final del periodo de proyección⁵.

Para la realización de los pronósticos con modelos econométricos, **se recomienda tener un modelo simple, utilizar toda la información definitiva que se pueda obtener. Todo ello con base en la teoría económica como guía y disciplina para seleccionar las variables causales**⁶.

En esta ocasión, se ha incluido al proceso de selección de variables explicativas la técnica de Análisis de Componentes Principales (ACP)⁷, un método de reducción dimensional de un conjunto amplio de datos o variables (43 en esta ocasión) para transformarlo en un uno más pequeño que aún contenga la capacidad predictiva del conjunto de datos original. Este método es comúnmente utilizado en la fase de preprocesamiento de datos necesario para la construcción de modelo predictivos basados en Aprendizaje Automático o *Machine Learning*. Existen otras técnicas de alcance similar como el Análisis de Varianza o ANOVA.

³ Greene, W. (2012), *Econometric Analysis*. Página (80)

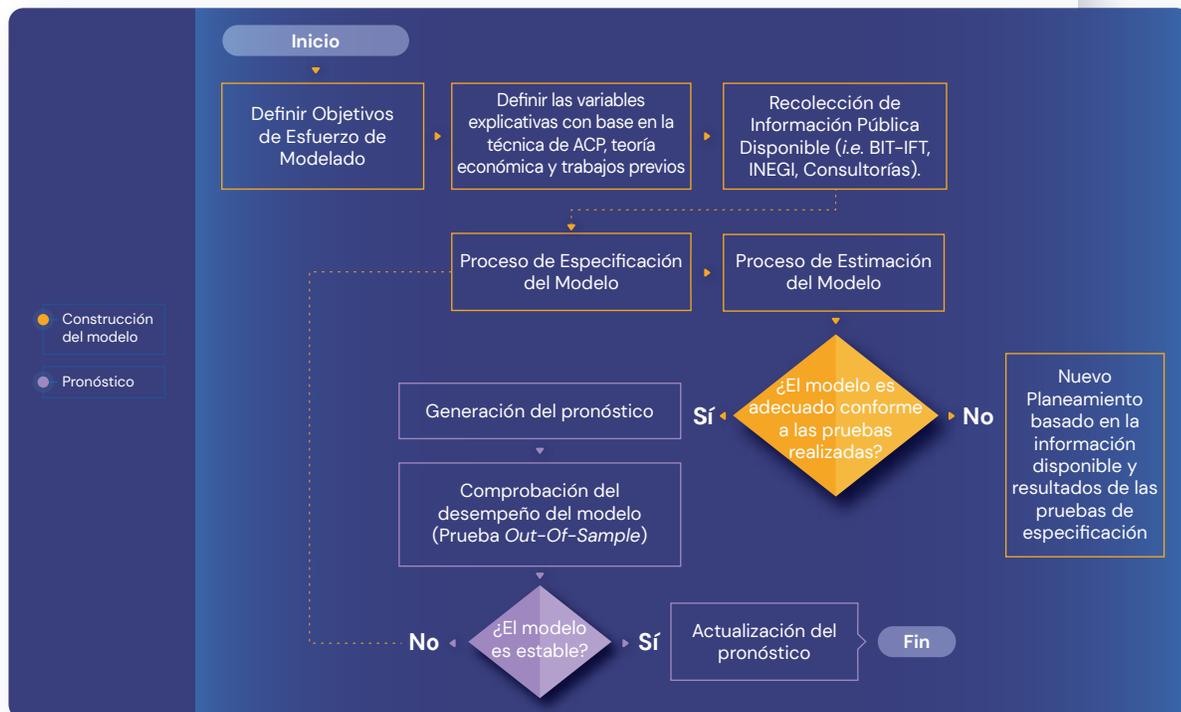
⁴ Chambers, C., Mullick, S. y Smith, D. (1971), *How to Choose the Right Forecasting Technique*. Harvard Business Review. Disponible en: <https://hbr.org/1971/07/how-to-choose-the-right-forecasting-technique>

⁵ Gómez-Lobo, A., Rau, T. y Krell, R. (2008), *Estimación de la demanda por telefonía móvil y una proyección para el periodo 2009-2013*. Chile: Departamento de Economía de Universidad de Chile. Página (42). Disponible en: https://www.subtel.gob.cl/images/stories/articles/procesostarifarios/asocfile/estimacion_demanda.pdf

⁶ Allen, G. y Fildes, R. (2001), *Econometric Forecasting*. En Armstrong, J. ed (2001), *Principles of Forecasting. A handbook for researchers and practitioners*. Página (303). Disponible en: <https://www.gwern.net/docs/predictions/2001-armstrong-principlesforecasting.pdf>

⁷ Asana Mimi (2020), *Principal Component Analysis for Predicting the Party of the Legislators*, New York City College of Technology. Disponible en: https://academicworks.cuny.edu/ny_pubs/670/

A continuación, se realiza una descripción general sobre el procedimiento utilizado por la CGPE para la elaboración de los pronósticos:



1. Definir objetivos del esfuerzo de modelado⁸

Si se busca analizar políticas o estrategias, se deben de realizar pronósticos con algunas variables de control; en cambio, si sólo se busca realizar pronósticos, se deben de incluir variables explicativas adecuadas para el pronóstico.

2. Definición de variables con base en la teoría económica, análisis de componentes principales y trabajos previos⁹

Considerar todas las variables causales importantes con base a la teoría, el análisis de componentes principales y la investigación empírica, incluyendo, variables de difícil medición o *proxy*. En esta etapa, se debe experimentar con distintos rezagos o variables que estén relacionadas.

Se identifican cuatro condiciones necesarias para incluir variables en un modelo¹⁰:

- Una fuerte relación causal esperada (significancia económica);
- La relación causal puede ser estimada;
- Las variables causales cambian sustancialmente en el tiempo; y
- El cambio en la variable causal puede ser pronosticado.

⁸ Ídem. Página (309-310).

⁹ Ídem. Página (310).

¹⁰ Armstrong, D. (1985), *Long-Range Forecasting From Crystal Ball to Computer*. Página (196-197) citado en Allen, G. y Fildes, R. (2001), *Econometric Forecasting*. En Armstrong, J. ed (2001), *Principles of Forecasting. A handbook for researchers and practitioners*. Página (310). Disponible en: <https://www.gwern.net/docs/predictions/2001-armstrong-principlesforecasting.pdf>

3. Recolección de información¹¹

En general, se aconseja tener series de tiempo lo más largas posibles, pero existen algunos argumentos en contra, por ejemplo, se sugiere que las series de tiempo cortas tienen mejor ajuste por las observaciones más recientes. Sin embargo, la utilización de series cortas de información reduce la posibilidad de tener un modelo ajustado que muestre cambios estructurales.

No es aconsejable utilizar datos preliminares en la serie porque implican ajustes que no pueden ser incluidos en el modelo original y representan un elemento de incertidumbre adicional.

4. Una especificación inicial del modelo¹²

La especificación consiste en explicar detalladamente un conjunto de variables en una ecuación y la forma funcional de este conjunto de variables es la transformación de la información en logaritmos o diferencias. Para el caso de las series de tiempo, se debe decidir el número de rezagos en cada variable para cada ecuación, de la misma manera, para un sistema multi-ecuacional, las variables presentes en cada ecuación usualmente tienen una base teórica.

Para especificar un modelo preliminar se debe de tomar en cuenta todo el trabajo previo, tanto el trabajo econométrico como el no econométrico. Comúnmente los investigadores inician con una especificación basada en la teoría, ésta da indicios de cómo será la forma funcional de la ecuación y sobre la dinámica de ésta o de las variables que se utilizarán, y una aproximación de lo particular a lo general beneficia la parsimonia, al menos en un punto inicial.

Cuando se realizan las estimaciones, inicialmente se deben estimar con parámetros “fijos”, esto se refiere a variables que se encuentran ligadas a la variable dependiente y que permanecerán en las estimaciones, esto ayuda a tener un mejor entendimiento de las causas estructurales, cuáles son mejores para realizar pronósticos y cuáles son esenciales para análisis de política.

5. Estimación del modelo¹³

Para la estimación de los modelos, se recomienda utilizar sólo una ecuación para hacer pronósticos, en lugar de un sistema de ecuaciones. Lo anterior debido a la disponibilidad de la información de las variables identificadas como causales y comenzar a estimar las ecuaciones en niveles, no en primeras diferencias.

La transformación de ciertas variables puede llevar a una pérdida de información acerca de las relaciones de largo plazo, la cual puede afectar la precisión de los pronósticos, especialmente para horizontes de tiempo largos.

6. Evaluación de la exactitud del modelo mediante pruebas de especificación¹⁴

Los modelos estimados son sujetos a pruebas de especificación a efectos de determinar si se trata de especificaciones erróneas, lo que significa que el modelo no es adecuado para la información utilizada. El resultado de estos modelos resulta en predicciones con algún sesgo, estimaciones de los errores con valores altos y que no captan las regularidades de la información.

¹¹ Allen, G. y Fildes, R. (2001), *Econometric Forecasting*. En Armstrong, J. ed (2001), *Principles of Forecasting. A handbook for researchers and practitioners*. Página (312). Disponible en: <https://www.gwern.net/docs/predictions/2001-armstrong-principlesforecasting.pdf>

¹² Ídem. Página (312-319).

¹³ Ídem. Página (319-325).

¹⁴ Ídem. Página (325-327).

Existen pruebas para corroborar la correcta especificación de los modelos; por ejemplo, en los modelos de pronósticos se realizan simulaciones cambiando el tamaño de la muestra; se examinan los histogramas y gráficos de los residuales; se detectan valores atípicos que pueden afectar a los pronósticos. Cuando se detecta heterocedasticidad, se modelan las series de tiempo con modelos Autorregresivos con Heterocedasticidad Condicional (ARCH, por sus siglas en inglés) y se realizan pruebas de autocorrelación de los residuales.

7. Simplificar el modelo lo más posible empleando pruebas de especificación¹⁵

En el caso de que el modelo sea evaluado y no se encuentre una especificación correcta, es necesario simplificarlo en la medida de lo posible. Por ejemplo, realizando una reducción de los rezagos de cada variable en cada ecuación.

Otros modelos simplificados son los modelos de corrección de error (ECM, por sus siglas en inglés). Los cuales se basan en un modelo simple donde se prueba la tasa de máxima verosimilitud para ver si las restricciones del parámetro son aceptables, también se hace esta misma prueba en los errores para ver si son estacionarios.

La prueba de raíz unitaria proporciona información adicional acerca de la naturaleza de la serie de tiempo que puede ser de ayuda en la especificación del modelo, sobre todo si la variable se estima en niveles o en diferencias. También se puede realizar una prueba de cointegración para saber si un grupo de variables tienen raíz unitaria y pueden tener un grado de cointegración.

8. Comparar el desempeño del modelo final con una prueba out-of-sample u otros modelos¹⁶

Para verificar la precisión del modelo, se pueden realizar pruebas *out-of-sample*, en esta prueba se disminuye el tamaño de la muestra para estimar o probar el modelo, generalmente las últimas observaciones de la variable de interés, poniendo a prueba la precisión relativa del modelo para pronosticar los valores reales de la variable.

En lo que respecta al sector de las telecomunicaciones, la ITU tiene una serie de recomendaciones para la estimación del tráfico internacional de telecomunicaciones y que vale la pena retomar aquí. En ella se menciona que **la base de datos para los pronósticos no solo debe contener variables de tráfico y de llamadas, sino también variables económicas, sociales y demográficas que son de importancia para los pronósticos**¹⁷. Esta recomendación es retomada para la elaboración de los pronósticos del Instituto.

¹⁵ Ídem. Página (333-339).

¹⁶ Ídem. Página (308).

¹⁷ ITU (2007), *Series E: Overall Network Operation, Telephone Service, Service Operation and Human Factors. Traffic engineering – Forecasting of traffic. Forecasting International Traffic*. Página (1). Disponible en: https://www.itu.int/rec/dologin_pub.asp?lang=e&id=T-REC-E.506-198811-S!!PDF-E&type=items

Revisión de la literatura

En la literatura se pueden encontrar diversos trabajos e investigaciones sobre los pronósticos de los servicios de telecomunicaciones, esto mediante la utilización de diversas técnicas y metodologías econométricas, estimaciones, fuentes de información y diferentes periodos, con el fin de encontrar los determinantes del mercado y su pronóstico. A continuación, se presentarán algunos trabajos de investigación que fueron una referencia importante para la construcción de los modelos presentados.

Los trabajos académicos que se mostrarán a continuación buscan encontrar los determinantes del mercado de telefonía móvil, el impacto en el desarrollo de los países del sector de telecomunicaciones, los determinantes del tráfico internacional de los servicios fijos y el tipo de causalidad que tienen las telecomunicaciones en el producto.

En la investigación de Gómez-Lobo, Rau y Krell (2008)¹⁸ se plantea un modelo parsimonioso sobre los determinantes de la penetración de telefonía móvil y los tráficos asociados en Chile. El modelo estimado mediante una especificación de Mínimos Cuadrados en tres etapas considera la relación que existe entre las suscripciones de prepago, pospago y los flujos de tráfico, adicionalmente, plantea que el tráfico promedio por suscripción está inversamente relacionado con la tasa de penetración, de los precios de telefonía fija, índices de precios al consumidor y el índice mensual de actividad económica.

Finalmente, concluyen que el nivel de actividad económica tiene un efecto positivo en la penetración de las suscripciones tanto de prepago y pospago, también que un mayor nivel de ingresos aumenta la demanda por servicios de telecomunicaciones y que el precio promedio de la telefonía fija afecta la demanda de telefonía móvil, debido a que un aumento en el precio de telefonía fija aumenta la penetración de la telefonía móvil.

En el estudio de Gruber *et. al.* (2011)¹⁹ se estima el impacto en el crecimiento del PIB de las telecomunicaciones mediante modelos basados en la función de producción con datos para 192 países para el periodo de 1990 a 2007. Para ello, realizan estimaciones con modelos de efectos fijos, variables instrumentales, mínimos cuadrados de tres etapas para cuatro enfoques diferentes:

1. En la función agregada se relaciona el PIB con las variables de stock de capital, trabajo, líneas de telefonía móvil y líneas de telefonía fija.
2. Para la demanda de infraestructura móvil, la penetración de telefonía móvil se relaciona con el PIB *per cápita*, el precio estándar por conexión a la red, el porcentaje de población en áreas densamente pobladas y la penetración de telefonía fija.
3. Para la oferta de infraestructura móvil, los ingresos de telefonía móvil se relacionan con el precio estándar por conexión a la red, la urbanización y los niveles de ingreso.
4. Para la función de producción de infraestructura móvil, la penetración de telefonía móvil depende de los ingresos de telefonía móvil.

Para intentar capturar los efectos en la masa crítica y su impacto en el crecimiento económico, relacionan el PIB con el stock de capital, trabajo, tres variables *dummy* para agrupar a los países según su nivel de penetración de telefonía móvil (alto, medio y bajo) y las líneas de telefonía fija.

¹⁸ Gómez-Lobo, A., Rau, T. y Krell, R. (2008), *Estimación de la demanda por telefonía móvil y una proyección para el periodo 2009-2013*. Chile: Departamento de Economía de Universidad de Chile, disponible en: https://www.subtel.gob.cl/images/stories/articles/procesosarifarios/asocfile/estimacion_demanda.pdf

¹⁹ Gruber, H. et al (2011), *Mobile telecommunications and the impact on economic development*. Economic Policy, Vol. 26, No. 67.

De manera general, las variables que tienen un impacto positivo en el crecimiento económico son **el stock de capital, trabajo, líneas móviles, la penetración de telefonía móvil, la penetración de telefonía fija, la urbanización y los ingresos de telefonía móvil**. En tanto, las variables con impacto negativo son las **líneas de telefonía fija y los precios por la conexión a la red móvil**. En cuanto a los efectos en la masa crítica, se encontró que en los países donde se tiene una penetración alta se tienen retornos en el crecimiento económico, sobre todo, en países en desarrollo, donde se registró un mayor impacto.

En el trabajo de Dutta (2001)²⁰ se aplica el test de causalidad de Granger sobre la causalidad de los niveles de infraestructura en telecomunicaciones a las actividades económicas. Para ello utiliza información de 30 países de 1970 a 1993 para las siguientes variables: Teléfonos por cada 100 habitantes, total de números de teléfono, PIB *per cápita* y total de PIB.

Sus resultados muestran que existe una relación de causalidad débil entre los niveles de actividad económica y la infraestructura de telecomunicaciones y se repite el patrón de causalidad entre los países industrializados y en desarrollo.

En el estudio de Arvidsson, A. *et al.* (2005)²¹ se realiza una estimación del tráfico de voz de celulares en tres países: China, Italia y Suecia de 1994 a 2003. Para ello utilizan como variables el tráfico mensual en minutos (MOU, por sus siglas en inglés), el PIB *per cápita*, el nivel de precios y el efecto de la penetración en el mercado. Para estas estimaciones utilizaron modelos de mínimos cuadrados ordinarios en logaritmos con el fin de obtener las elasticidades y de pronosticar el tráfico e identificar algunas variables cruciales que puedan ser utilizadas para predecir el volumen de tráfico en distintos mercados.

En la investigación de Paleologos y Pomelis (2013)²² se buscó una relación entre las inversiones de telecomunicación y la regulación, evaluando si el crecimiento económico es afectado por el tipo de regulación en los países de la OCDE para el periodo de 1988 a 2010, para ello realizan estimaciones dinámicas de datos de panel. Los autores encuentran una relación significativa entre las inversiones de telecomunicaciones y tener un marco regulatorio, adicionalmente, identificaron que la privatización tiene un efecto positivo, lo que denota que la política de privatización de las telecomunicaciones incrementó la inversión *per cápita*. Finalmente, los autores concluyen que contar con un marco regulatorio en el sector de telecomunicaciones afecta el crecimiento económico, mencionando que una mejor regulación en telecomunicaciones está asociada al desempeño de la económica en su conjunto. Como parte del ODS 9: *Construir infraestructura resiliente, promover la industrialización inclusiva y sostenible y fomentar la innovación*, se plantea que la inversión en tecnología digital respalda el desarrollo, la investigación y la innovación de tecnología nacional en los países en desarrollo, asimismo, las TIC mejoran las capacidades tecnológicas de los sectores industriales de los países en desarrollo, fomentando la innovación y aumentando sustancialmente el gasto público y privado en Investigación y Desarrollo (I + D). La evidencia encontrada en este estudio muestra que la inversión en el sector de las telecomunicaciones puede tener un impacto positivo en el gasto en I + D como porcentaje del PIB²³.

²⁰ Dutta, A. (2001), *Telecommunications and economic activity: and analysis of Granger causality*. Journal of Management Information Systems, Vol. 17, No.4.

²¹ Arvidsson, A., Hederstierna, A. y Hellmer, S. (2005), *Forecasting Cellular Mobile Traffic: An Econometric Approach*. ITC19 / Performance Challenge for Efficient Next Generation Networks. Disponible en: https://itc-conference.org/_Resources/Persistent/5e0211a6caf3a6a5a72676754d7db0a35d831a8/arvidsson05.pdf

²² Paleologos, J. y Polemis, M. (2013), *What drives investment in the telecommunications sector? Some lessons from the OECD countries*. Economic Modelling. Disponible en: https://www.unipi.gr/unipi/images/various/akad_tmim/oikon_epist/J.16_Economic_Modelling.pdf

²³ BID (2019), *The Impact of Digital Infrastructure on the Sustainable Development Goals A Study for Selected Latin American and Caribbean Countries*. Disponible en: https://publications.iadb.org/publications/english/document/The_Impact_of_Digital_Infrastructure_on_the_Sustainable_Development_Goals_A_Study_for_Selected_Latin_American_and_Caribbean_Countries_en_en.pdf

Por último, en el trabajo de Tran, *et al.* (2019)²⁴ se realizan estimaciones del tráfico de redes celulares para voz y datos utilizando métodos de suavizamiento exponencial simple, doble y el método de *Holt-Winters*. Para ello recabaron información de distintos periodos en la ciudad de Hanoi, Vietnam y realizaron pronósticos de tráfico e hicieron comparaciones entre los modelos resultantes. Encontraron que el modelo de *Holt-Winters* multiplicativo es el que mejor modelo de pronóstico arrojó para el tráfico celular, debido a que los datos estimados son muy cercanos a las series originales.

Metodología para la elaboración de pronósticos

Para la elaboración de pronósticos mediante modelos econométricos se hace uso de series de tiempo, esto **cuando se dispone de información definitiva y cuando las relaciones y tendencias son claras y relativamente estables**²⁵.

Es importante tener en cuenta los cambios que pueden suceder en el comportamiento de las variables en el tiempo. Por ello, es recomendable realizar pronósticos de corto plazo. **Las mejores predicciones se realizan para uno o dos periodos, dependiendo la unidad de tiempo que se elija, esto debido a que los errores se acumulan y la estructura del sistema cambia con rapidez por lo que el modelo puede perder vigencia**²⁶.

Una característica importante de las series de tiempo es que el término de error aleatorio debe ser ruido blanco; es decir, un proceso que tiene una media igual a cero, una varianza constante y no está serialmente correlacionado²⁷. La posibilidad de una serie de tiempo para ser pronosticada depende de la regularidad de la información y si se trata de información definitiva, si la serie de tiempo es irregular, lograr un buen nivel de precisión en el pronóstico es difícil²⁸. Además, se pueden dar errores de estimación por imprecisiones o limitaciones en la especificación; sin embargo, se pueden reducir minimizando los errores tipo I y tipo II, eligiendo un modelo que se ajuste mejor a la información disponible²⁹.

En las investigaciones y análisis es fundamental realizar una adecuada búsqueda de información disponible; sin embargo, **en ocasiones se dispone de muchas bases de datos para ser analizadas. En este sentido, se tendrá que considerar un numero finito de posibles coeficientes de correlación que pueden aumentar cuantas más variables se consideren, adicionalmente, se puede presentar una fuerte correlación entre las variables, por lo que se hace necesario reducir el número de variables**³⁰.

²⁴ Tran, Q., Li, T. y Trinh, Q. (2019), *Cellular network traffic prediction using exponential smoothing Methods*. Journal of Information and Communication Technology. Disponible en: <http://www.jict.uum.edu.my/images/vol18no1jan19/1-18.pdf>

²⁵ Chambers, C., Mullick, S. y Smith, D. (1971), *How to Choose the Right Forecasting Technique*. Harvard Business Review. Disponible en: <https://hbr.org/1971/07/how-to-choose-the-right-forecasting-technique>

²⁶ Montenegro, A. (2011). *Análisis de series de tiempo*. Página (165).

²⁷ Gujarati, D. (2010), *Econometría*. Página (741)

²⁸ Nalawade, N. y Pawar, M. (2015), *Forecasting Telecommunications Data with Autoregressive Integrated Moving Average Models*. International Journal of Engineering Research and General Science, Volume 3, Issue 5. Página (239). Disponible en: <http://oaji.net/pdf.html?n=2015/786-1445954266.pdf>

²⁹ Montenegro, A. (1010). *Análisis de series de tiempo*. Página (173).

³⁰ Marin, J. (2006), *Análisis Multivariante*. Diplomatura en Estadística. Tema 3: Análisis de Componentes Principales. Pág. (5). Disponible en: <http://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/jmmarin/esp/AMult/tema3am.pdf>

Como se mencionó previamente, una herramienta para la elección de un menor número de variables es el Análisis de Componentes principales (ACP), una de las principales técnicas de aprendizaje no supervisado la cual suele aplicarse como parte del análisis exploratorio de datos. Esta herramienta se utiliza para reducir la dimensionalidad (variables), permitiendo disminuir la varianza, y a su vez, disminuir las variables cuantitativas posiblemente correlacionadas. Además, permite encontrar un número de variables y transformarlas en componentes principales que expliquen gran parte de la variabilidad en los datos³¹.

El ACP tiene como principal objetivo resumir la mayoría de la información original en una cantidad mínima de factores con propósitos de predicción; es decir, explicar la mayor parte de variabilidad total de un conjunto de variables con el menor número de componentes posibles. Como parte del ACP, se cuenta con el análisis factorial común que se utiliza para identificar los valores subyacentes que reflejen que es lo que las variables comparten en común, este análisis puede ayudar a conocer el número de factores necesarios que faciliten el análisis en la investigación, un análisis de tipo exploratorio³².

Para algunos investigadores, el ACP es un medio para un fin más que un fin en sí mismo, es más un paso en una investigación mayor, como lo mencionan Tapia y García (2001)³³, en su investigación utilizaron el Análisis Factorial y Componentes Principales a variables macroeconómicas mexicanas para encontrar indicadores resumidos de la actividad económica entre 1985 y 1988.

En la literatura podemos encontrar ejemplos de ACP en la estimación de pronósticos de series de tiempo: En el trabajo de Plazas-Nossa, L. y Torres, A. (2015) presentan un método de pronóstico para series de tiempo de espectrometría UV-Vis en tres sitios diferentes de Colombia, combinando el análisis de componentes principales (*Principal Component Analysis*), la transformada discreta de Fourier, DFT (*Discrete Fourier Transform*) y la transformada inversa de Fourier, IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*). Al utilizar la ACP, pudieron reducir la dimensionalidad de las series de tiempo de observancia, por lo que se utilizaron 3, 5 y 6 componentes principales en esta investigación para cada sitio que en conjunto explicó más del 97% de la variabilidad de la información³⁴.

🔍 Cálculo de ACP

Cada componente principal (Z_i) se obtiene por combinación lineal de las variables originales, es decir, nuevas variables obtenidas al combinar de una determinada forma las variables originales. El primer componente principal de un grupo de variables (X_1, X_2, \dots, X_p) es la combinación lineal normalizada de dichas variables que tiene mayor varianza:

$$Z_1 = \phi_{11}X_1 + \phi_{21}X_2 + \dots + \phi_{p1}X_p$$

Esta combinación lineal se normaliza e implica que:

$$\sum_{j=1}^p \phi_{j1}^2 = 1$$

³¹ Gil, C. (2018), *Análisis de Componentes Principales (PCA)*. Disponible en: https://rpubs.com/Cristina_Gil/PCA

³² Tapia, G. y García, O. (2001), *Análisis Factorial y Componentes Principales: su uso para Modelos Macroeconómicos de la Economía Mexicana*. Economía y Sociedad, Vol. 6, N°. 10 pág. (183). Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5900511>

³³ Tapia, G. y García, O. (2001), *Análisis Factorial y Componentes Principales: su uso para Modelos Macroeconómicos de la Economía Mexicana*. Economía y Sociedad, Vol. 6, N°. 10 pág. (182). Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5900511>

³⁴ Plazas-Nossa, L. y Torres, A. (2015), *PCA/DFT como herramienta de pronóstico para series temporales de absorbancia registradas mediante captadores UV-Vis en sistemas de saneamiento urbano*. Revista Tecnura, 19(44). Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5024537>

Los términos $\phi_{11}, \dots, \phi_{1p}$ reciben el nombre de *loadings* y son los que definen a la componente, que es el *loading* de la variable X_1 del primer componente principal. Los *loadings* pueden interpretarse como el peso/importancia que tiene cada variable en cada componente y, por lo tanto, ayudan a conocer qué tipo de información recoge cada uno de los componentes. Para el cálculo del primer componente principal es importante considerar un set de datos X con n observaciones y p variables, centralizar las variables, es decir, se resta a cada valor la media de la variable a la que pertenece, y con esto se consigue que todas las variables tengan media cero, resolviendo el problema de optimización para encontrar el valor de los *loadings* con los que se maximiza la varianza, una forma de resolver esta optimización es mediante el cálculo de *eigenvector-eigenvalue* de la matriz de covarianzas.

Es importante señalar que antes de aplicar el ACP se debe de estandarizar las variables para que tengan una media 0 y desviación estándar de 1, ya que, de lo contrario, las variables con mayor varianza dominarían al resto, aunque en el caso en que las variables estén en las mismas unidades, se puede optar por no normalizarlas. La estandarización o normalización se lleva a cabo restando a cada observación la media y dividiendo entre la desviación estándar de la variable a la que pertenece³⁵.

Una vez calculado el primer componente (Z_1) se calcula el segundo (Z_2) repitiendo el mismo proceso, pero añadiendo la condición de que la combinación lineal no puede estar correlacionada con el primer componente. Esto equivale a decir que Z_1 y Z_2 tienen que ser perpendiculares. El proceso se repite de forma iterativa hasta calcular todas las posibles componentes ($\min(n-1, p)$) o hasta que se decida detener el proceso. El orden de importancia de las componentes viene dado por la magnitud del *eigenvalue* asociado a cada *eigenvector*³⁶.

En el ACP es de interés conocer la proporción de varianza explicada por cada uno de los componentes principales o, dicho de otra manera, cuanta información presente en los datos se pierde por la proyección de las observaciones sobre los primeros componentes principales. Como se explicó anteriormente, cada *eigenvalor* se corresponde con la varianza del componente z_i definido por el *eigenvector* \vec{v}_i

$$\text{Var}(z_i) = \lambda_i$$

por lo que la proporción de varianza total que explica la componente será

$$\frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^p \text{Var}(Z_j)} = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^p \text{Var}(X_j)}$$

donde la suma de las varianzas de los componentes principales y las variables originales son iguales, y sumando todos los autovalores obtendremos la varianza total de todos los componentes³⁷:

$$\sum_{i=1}^p \text{Var}(Z_i) = \sum_{i=1}^p \lambda_i$$

Con esta información se podrá determinar cuáles variables son las elegibles para tomar en cuenta en otro tipo de análisis, como estimaciones econométricas o pronósticos.

³⁵ Gil, C. (2018), *Análisis de Componentes Principales (PCA)*. Disponible en: https://rpubs.com/Cristina_Gil/PCA

³⁶ Amat, J. (2017). *Análisis de Componentes Principales (Principal Component Analysis, PCA) y t-SNE*. Disponible en: https://www.cienciadedatos.net/documentos/35_principal_component_analysis

³⁷ Gil, C. (2018), *Análisis de Componentes Principales (PCA)*. Disponible en: https://rpubs.com/Cristina_Gil/PCA

Modelos predictivos para la elaboración de los pronósticos

En la elaboración de pronósticos, comúnmente, si se desea obtener un pronóstico de un periodo inmediato, se pueden estimar los parámetros mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). Sin embargo, si se agregan más rezagos en el componente autorregresivo (AR) o de media móvil (MA), se pierden observaciones al principio de la muestra, por lo que se puede perder información valiosa de la serie de tiempo que se trata de modelar.

Otra técnica de estimación son los modelos ARMA (p,q) donde la variable dependiente tiene procesos AR y MA al mismo tiempo³⁸. Sin embargo, los problemas que se pueden presentar con los modelos ARMA son: **Modelos sobreparametrizados que muestran que el modelo es ruido blanco; modelos estacionarios que dependen del futuro y modelos de promedio móvil que no son únicos**³⁹.

Los modelos ARIMA (autorregresivo de promedio móvil integrado) son un derivado del modelo ARMA, el cual incluye la diferenciación de la serie con el objeto de convertirla en estacionaria. En un ARIMA (p, d, q), d es igual al número de veces en que fue diferenciada la serie; para recuperar la serie original se deben integrar las variaciones que surgen por el proceso de diferenciación⁴⁰. Los modelos ARIMA son útiles para las series cuyos datos muestran tendencia, aunque también podría usarse para aquellas que no presentaran siempre que $d \neq 0$.

Cuando las series son estacionarias se puede utilizar la técnica Box-Jenkins⁴¹ con el objetivo de identificar y estimar un modelo estadístico que se interprete como generador de los datos muestrales del cual debe suponerse que sus características son constantes a través del tiempo y, en particular, en periodos futuros⁴².

Otro tipo de modelos son las redes neuronales artificiales, que consisten en modelos computacionales que se conforman por un conjunto de unidades de cómputo, las cuales están conectadas entre ellas de múltiples maneras. A estas conexiones se les conoce como pesos, los cuales determinarán la fuerza o importancia de estas conexiones y durante el proceso de aprendizaje o entrenamiento de la red, estos pesos serán los que se ajustarán con el fin de producir una salida adecuada, según lo que se aplique en la red⁴³.

Al igual que otros modelos predictivos, como regresiones y extrapolaciones, los modelos basados en redes neuronales generan proyecciones o pronósticos. Sin embargo, lo que distingue a estos modelos es su capacidad de aprender y adaptarse al entorno. **Las redes neuronales se componen de tres elementos fundamentales: i) unidades de procesamiento o nodos capaces de operar de manera paralela; ii) funciones de transferencia (o funciones de activación) que transforman la información en nodos, y iii) pesos de conexión que determinan la importancia relativa entre nodos. Estos elementos se utilizan para construir una red de una o más capas**⁴⁴.

³⁸ Gujarati, D. (2010), *Econometría*. Página (776).

³⁹ Ortega, J. (2013), *Series de Tiempo. Procesos ARMA*. Página (8). Disponible en: <http://personal.cimat.mx:8181/~jortega/MaterialDidactico/ST2013/STClase4-5.pdf>

⁴⁰ Montenegro, A. (2010). *Análisis de series de tiempo*. Página (91).

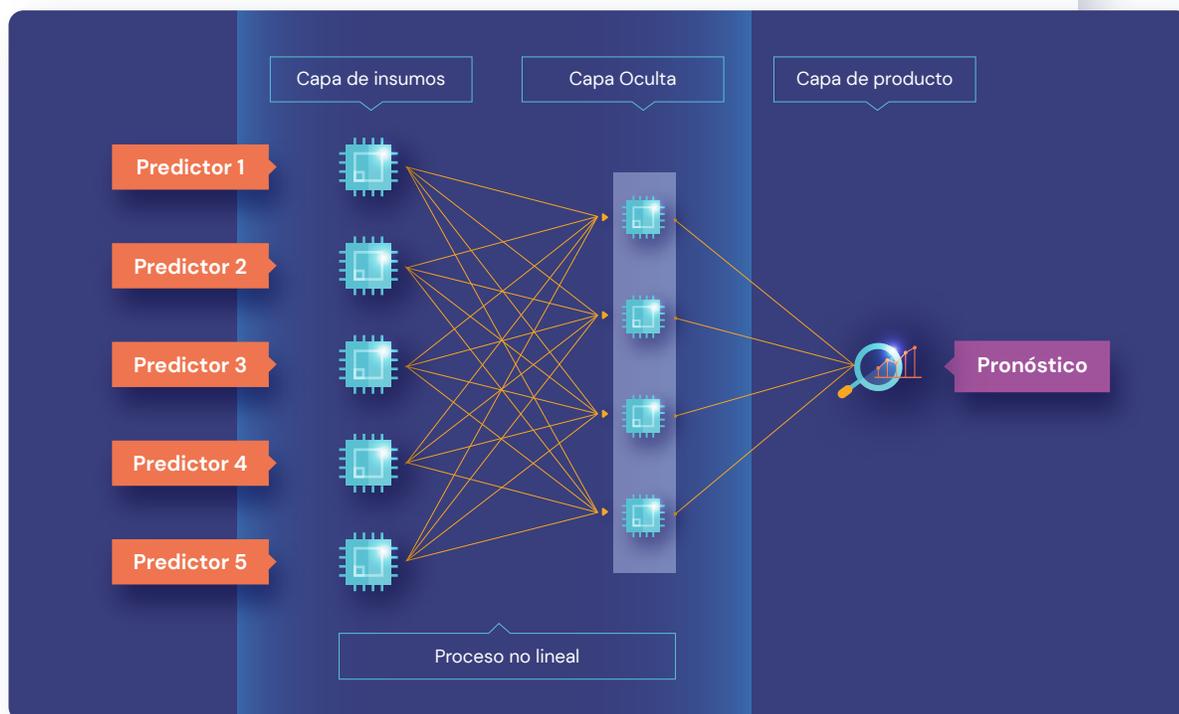
⁴¹ Brockwell, P. y Davis, R. (2016), *Introduction to Time Series and Forecasting*. Página (158).

⁴² Gujarati, D. (2010), *Econometría*. Página (777).

⁴³ Delgado, R. (2018), *Introducción a las Redes Neuronales Artificiales en R*. Disponible en http://rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com/402754_6cbdea25a79d43f4895cfd7df0a8bd07.html

⁴⁴ Trigo, L. y Constanzo, S. (2007), *Redes neuronales en la predicción de las fluctuaciones de la economía a partir del movimiento de los mercados de capitales*. El Trimestre Económico. Vol.74, Núm. 294. Página (481) Disponible en: <https://www.jstor.org/stable/pdf/20857119.pdf?refreqid=excelsior%3Af782939530d5dba1b44ba506283eef26>

En este tipo de modelos, los predictores (insumos) forman parte de la capa inferior, el pronóstico (producto) constituye la capa superior. Entre estos dos puntos, se encuentran las capas intermedias conocidas como “neuronas ocultas”, tal y como se puede representar en el siguiente esquema, las redes siguen un proceso no lineal:



Una característica de las redes neuronales es que son modelos estadísticos y no paramétricos, que no necesitan del supuesto de normalidad en la distribución de los errores como otros modelos (regresión lineal). Las redes neuronales pueden entenderse como modelos multi ecuacionales o multietapas, en que el *output* de unas constituye el *input* de otras, esto porque las redes incorporan Inteligencia Artificial en el proceso que conecta los *inputs* con los *outputs*⁴⁵.

Para la elaboración de los pronósticos presentados por el Instituto se utilizaron modelos ARIMA con distintas especificaciones, resultando modelos econométricos parsimoniosos, los cuales toman en cuenta variables que resultan significativas para los servicios y para complementar estas estimaciones se realizaron modelos de redes neuronales para cada servicio, las cuales dan evidencia de trayectorias similares de los pronósticos de telecomunicaciones en ambas estimaciones.

⁴⁵ Barrera, J. (2008), *El Caos y las Redes Neuronales en la Economía y Finanzas. Interpretando el desorden perfecto: Modelado y predicción*. Pensamiento Crítico. Vol. 8. Página (138). Disponible en: <https://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/econo/article/view/9156/7985>



METODOLOGÍA PARA LA ELABORACIÓN DE LOS PRONÓSTICOS

de los servicios de telecomunicaciones

 **ift** INSTITUTO FEDERAL DE
TELECOMUNICACIONES



Instituto Federal de Telecomunicaciones
Insurgentes Sur #1143 Col. Nochebuena,
Demarcación Territorial Benito Juárez,
C.P. 03720 Ciudad de México
Tel: 55 50154000 / 800 2000 120

www.ift.org.mx